Ministerul Educaţiei, Culturii și Cercetării

al Republicii Moldova

Universitatea Tehnică a Moldovei

Departamentul Ingineria Software şi Automatică

**RAPORT**

la lucrarea de laborator nr.2

Tema: „Calculul probabilităţilor”

Disciplina: „Teoria Probabilităţilor şi a Informaţiei”

Varianta 12

A efectuat : gr. SI – 201 , Ivanova Evghenia

A verificat : asis. univ. Popovici Nadejda

Chişinău – 2021

1. Se aruncă un zar de două ori. Să se calculeze probabilităţile evenimentelor aleatoare: 1) *A*= {*suma numerelor apărute nu va întrece* *m*}, 2) *B* = {*suma numerelor apărute va fi egală cu r*}, 3) *G* = {*produsul numerelor apărute va fi mai mare ca n*}. 12) *m*=5, *n*=11 , *r*=3;

1) *A*= {*suma numerelor apărute nu va întrece* *5*}

**Rezolvare:** Spaţiul de evenimente elementare W = {(*i*, *j*) : *i* , *j*  }. Favorabile evenimentului *A* sunt evenimentele elementare *A* = { (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1) , (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1), }. Cum *card* *A* = 10 şi *card* W = 36 , avem **In[11]:=N[10/36] Out[11]=0,277777.**  Obținem **P(A)= 0,277777**

2) *B* = {*suma numerelor apărute va fi egală cu 3*}

**Rezolvare:** Spaţiul de evenimente elementare W = {(*i*, *j*) : *i* , *j*  }. Favorabile evenimentului *B* sunt evenimentele elementare *B* = { (1, 2), (2, 1) }. Cum *card*  *B* = 2 şi *card* W = 36 , avem **In[12]:=N[2/36] Out[12]=0,0555556.**

Obținem **P(B)= 0,0555556**

3) *G* = {*produsul numerelor apărute va fi mai mare ca 11*}

**Rezolvare:** Spaţiul de evenimente elementare W = {(*i*, *j*) : *i* , *j*  }. Favorabile evenimentului *G* sunt evenimentele elementare *G* = { (2,6), (6,2), (3,4), (4,3) , (3,5), (5,3) , (3,6), (6,3) , (4,4), (4,5), (5,4) , (4,6), (6,4), (5,5) , (5,6), (6,5) ,(6,6) } . Cum *card* *G* = 17 şi *card* W = 36 , avem **In[13]:=N[17/36] Out[13]=0,472222.**

Obținem **P(C)= 0,472222**

1. Într-un lot care conţine *n* piese de acelaşi tip sunt 8 piese cu careva defect. Se extrag fără revenire 6 piese. Dacă toate piesele extrase sunt calitative, atunci lotul este acceptat, în caz contrar este refuzat. Să se calculeze probabilitatea evenimentului *A* = {*lotul va fi acceptat*}. Parametrul *n* este egal cu 100 plus numărul variantei. n = 112

**Rezolvare**. Notăm: *Ai = {piesa cu numărul de ordine de extragere i va fi fără defecte},* *i = 1, 2, 3, 4, 5,6* . Are loc egalitatea

Conform formulei avem

Aplicăm **In[2]:=N Out[2]=0.634249**

Obţinem ** = 0,634249**.

1. Un aparat constă din trei elemente care în timpul funcţionării lui pot să se deterioreze independent unul de altul. Notăm: *Ai* = {*elementul i se va deteriora*}, *i* = 1, 2, 3. Se cunosc probabilităţile acestor evenimente: *p*1 = *P*(*A*1), *p*2 = *P*(*A*2), *p*3 = *P*(*A*3), valorile cărora sunt date pe variante după enunţul exerciţiului. Să se calculeze probabilităţile evenimentelor: *A* = {*nu se va deteriora nici un element*}, *B* = {*se va deteriora un singur element*}, *C* = {*se vor deteriora exact două elemente*}, *D* = {*se vor deteriora toate elementele*}, *E* = {*primul element nu se va deteriora*}.

12) *p*1=0,8, *p*2=0,6, *p*3=0,5;

1) *A* = {*nu se va deteriora nici un element*}

**Rezolvare**. Vom exprima evenimentul aleator A prin intermediul evenimentelor *A*1, *A*2 şi *A*3. Prin urmare, conform definiţiilor operaţiior asupra evenimentelor aleatoare, avem: Calculăm probabilitatea evenimentului *A* folosind succesiv: formula de înmulţire a probabilităţilor evenimentelor independente (în totalitate) şi formula de calcul al probabilităţii evenimentului opus.

**In[31]:=N[(1-0.8)\*(1-0.6)\*(1-0.5)] Out[31]=0,04** Am obţinut ***P(A)=*0,04** .

2) *B* = {*se va deteriora un singur element*}

**Rezolvare**. Vom exprima evenimentul aleator B prin intermediul evenimentelor *B*1, *B*2 şi *B*3. Evenimentul B se va produce atunci si numai atunci cand, se va deteriora primul element iar al doilea **şi** al treilea – nu, **sau** se va deteriora al doilea element, iar primul **şi** al treilea – nu, **sau** se va deteriora al treilea element, iar primul **şi** al doilea – nu. Prin urmare, conform definiţiilor operaţiior asupra evenimentelor aleatoare, avem:

Calculăm probabilitatea evenimentului *B* folosind succesiv: formula de adunare a probabilităţilor pentru evenimente incompatibile (disjuncte) doua câte două, formula de înmulţire a probabilităţilor evenimentelor independente (în totalitate) şi formula de calcul al probabilităţii evenimentului opus.

**In[32]:=N[0.8\*(1-0.6)\*(1-0.5)+(1-0.8)\*0.6\*(1-0.5)+(1-0.8)\*(1-0.6)\*0.5]**

**Out[32]=0,26** Am obţinut ***P(B)=*0,26 .**

3) *C* = {*se vor deteriora exact două elemente*}

**Rezolvare**. Vom exprima evenimentul aleator C prin intermediul evenimentelor *C*1, *C*2 şi *C*3. Prin urmare, conform definiţiilor operaţiior asupra evenimentelor aleatoare, avem:

Calculăm probabilitatea evenimentului *B* folosind succesiv: formula de adunare a probabilităţilor pentru evenimente incompatibile (disjuncte) doua câte două, formula de înmulţire a probabilităţilor evenimentelor independente (în totalitate) şi formula de calcul al probabilităţii evenimentului opus.

**In[33]:=N[0.8\*0.6\*(1-0.5)+(1-0.8)\*0.6\*0.5+0.8\*(1-0.6)\*0.5]**

**Out[33]=0,46** Am obţinut ***P(C)=*0,46 .**

*4)D* = {*se vor deteriora toate elementele*}

**Rezolvare**. Vom exprima evenimentul aleator D prin intermediul evenimentelor *D*1, *D*2 şi *D*3. Prin urmare, conform definiţiilor operaţiior asupra evenimentelor aleatoare, avem: Calculăm probabilitatea evenimentului *A* folosind formula de înmulţire a probabilităţilor evenimentelor independente (în totalitate).

**In[34]:=N[0.8\*0.6\*0.5] Out[34]=0,24** Am obţinut ***P(D)=*0,24** .

5)*E* = {*primul element nu se va deteriora*}.

**Rezolvare**. Vom exprima evenimentul aleator E prin intermediul evenimentelor *E*1, *E*2 şi *E*3. Prin urmare, conform definiţiilor operaţiior asupra evenimentelor aleatoare, avem:

Calculăm probabilitatea evenimentului *E* folosind succesiv: formula de adunare a probabilităţilor pentru evenimente incompatibile (disjuncte) doua câte două, formula de înmulţire a probabilităţilor evenimentelor independente (în totalitate) şi formula de calcul al probabilităţii evenimentului opus.

**In[35]:=N[(1-0.8)\*0.6\*0.5 + (1-0.8)\*(1-0.6)\*0.5 + (1-0.8)\*0.6\*(1-0.5) +**

**(1-0.8)\*(1-0.6)\*(1-0.5)] Out[35]=0,2** Am obţinut ***P(E)=*0,2** .

1. Un magazin primeşte pentru vânzare articole cu exterioare identice, fabricate la trei uzine în proporţie de: *n*1% de la uzina nr.1, *n*2% de la uzina nr.2 şi *n*3% de la uzina nr.3. Procentele de articole defectate sunt: *m*1 pentru uzina nr.1, *m*2 pentru uzina nr.2 şi *m*3 pentru uzina nr.3. Valorile parametrilor se conţin, pe variante, după enunţul exerciţiului. 1) Care este probabilitatea ca un articol cumpărat să fie calitativ? 2)**U**n articol luat la întâmplare este defectat. Care este probabilitatea că acest articol a fost fabricat la uzina nr.*k*.

12) *n*1=30, *n*2=40, *n*3=30, *m*1=4, *m*2=3, *m*3=3; *k*=3;

1) Care este probabilitatea ca un articol cumpărat să fie calitativ?

**Rezolvare**: Notăm: *A* = *{articolul luat la întâmplare va fi calitativ}.* În dependenţă de uzina la care a fost fabricat articolul extras pot fi enunţate ipotezele: *Hi = {piesa luată a fost fabricată de uzina nr.i}, i = 1, 2, 3*. Din condiţiile problemei rezultă că uzina nr.1 a fabricat 30% de articole din cele primite pentru vânzare, uzina nr.2 – 40% de articole şi uzina nr.3 – 30% de articole. Aplicând definiţia clasică a probabilităţii, avem: *P*(*H*1) = 30%/100% =0,3 , *P*(*H*2) = 40%/100% = 0,4 , şi *P*(*H*3) = 30%/100% = 0,3 . Cum *ni*% din piesele fabricate de uzina *i* sunt cu defecte, rezultă că (1-*ni*)% din piese sunt calitative. Deci  = 0,96 ,  = 0,97 şi  = 0,97 . Aplicând formula probabilităţii totale .

**In[41]:=N[** **(0.3\*0.96 + 0.4\*0.97 + 0.3\*0.97] Out[41]=0.967** Deci, **=0,967.**

2)**U**n articol luat la întâmplare este defectat. Care este probabilitatea că acest articol a fost fabricat la uzina nr.*3*.

**Rezolvare**: Conform notaţiei din punctul 1 avem  = { *articolul luat la întâmplare este cu defect*}. Cum = 0,04 , = 0,03 , = 0,03 , din formula lui Bayes avem

**In[42]:=N Out[42]=0.27**  Am obţinut **=0,27.**

1. O monedă se aruncă de *n* ori. Să se calculeze probabilităţile evenimentelor: *A* = {*stema va apare de k ori*}, *B* = {*stema va apare nu mai mult de 2 ori*}, *C* = {*stema nu va apare niciodată*}. Numărul *n* este egal cu 25 plus numărul variantei, iar *k* este egal cu 10 plus numărul variantei. n = 37 , k = 22

*1)A* = {*stema va apare de 22 ori*}

**Rezolvare**. Fie evenimentul *A* = {*va apare “Stema”*}. Avem: *p* = *P*(*A*) = 1/2 şi *q* = 1-*p* = 1/2. Conform formulei Binomiale , pentru *n* = 37, *k* = 22, *p* =1/2 şi *q* = 1/2, avem . Calculul acestei valori prin metode obişnuite este posibil, dar prezintă dificultăţi. Apelând la Sistemul Mathematica avem : **In[51]:=** **Out[51]=0.068**

Aşa dar , **P(A)=***P*37(22) = **0,068.**

*2)B* = {*stema va apare nu mai mult de 2 ori*}

P(B)=*P*37(1)+*P*37(2)= **In[52]:=**

**Out[52]=** Deci, **P(B)=.**

*3)C* = {*stema nu va apare niciodată*}

P(C)= **In[53]:=**

**Out[53]=** Deci, **P(C)=.**

1. Probabilitatea ca un aparat electric să se defecteze în perioada de garanţie este *p*=0,12. Să se calculeze probabilitatea ca din 1000 aparate cumpărate, în perioada de garanţie, *se vor defecta exact m aparate*. Numărul *m* coincide cu numărul variantei adunat cu 100. m = 112

**Rezolvare**: a) Valoarea exactă a probabilităţii căutate este dată de formula Binomială:

Folosim Sistemul Mathematica **In[61]:=**

**Out[61]=0.02934588** Am obţinut rezultatul , ***P*1000(112) 0.02934588**.

b) Conform formulei

Pentru calculul valorii acestei expresii folosim Sistemul Matematica.

**In[62]:=N**

**Out[62]=0.028673** Am obţinut rezultatul ***P*1000(112) 0.028673**.

c) Calculăm probabilitatea cu ajutorul formulei

Folosim Sistemul Mathematica. **In[63]:=N**

**Out[63]=0.028675** Am obţinut rezultatul **P1000(112) 0.028675.**

1. Într-o urnă sunt *n* bile de trei culori: *n*1 bile albe, *n*2 bile negre şi *n*3 bile albastre. Se extrag succesiv cu revenire *m* bile. Să se calculeze probabilităţile evenimentelor: *A* = {*toate bilele extrase vor fi albe*}, *B* = {*m*1 *bile vor fi albe, m2 vor fi negre şi m3 vor fi albastre*}, *C* = {*m*1 *bile vor fi albe iar restul vor fi de alte culori*}. 12) *n*=18, *n*1=5, *n*2=5, *n*3=8, *m*=10, *m*1=4, *m*2=1, *m*3=5;

*1)A* = {*toate bilele extrase vor fi albe*}

**Rezolvare**: Fie evenimentele: *A*1 = {*bila extrasă va fi albă*}, *A*2 = {*bila extrasă va fi neagră*} şi *A*3 = {*bila extrasă va fi albastră*}. Atunci: *p*1 = *P*(*A*1) =5/18; *p2=P*(*A*2) = 5/18; *p*3 = *P*(*A*3) = 8/18 = 4/9 . Aplicând formula cu *n* = 10, *k*1 = 10, *k*2 = 0, şi *k*3 = 0, obţinem

**In[71]:=NOut[71]=** **P(A)=**

*2)B* = {*4* *bile vor fi albe, 1 va fi negră şi 5 vor fi albastre*}

**Rezolvare**: Fie evenimentele: *B*1 = {*bila extrasă va fi albă*}, *B*2 = {*bila extrasă va fi neagră*} şi *B*3 = {*bila extrasă va fi albastră*}. Atunci: *P*(*B*1) = ,  *P*(*B*2) = , şi *P*(*B*3) = . Atunci

**In[72]:= Out[72]** =  **,**

3)*C* = {*4* *bile vor fi albe iar restul vor fi de alte culori*}.

**Rezolvare**: Fie evenimentele: *C*1 = {*bila extrasă va fi albă*}, *C*2 = {*bila extrasă va fi neagră* sau *albastră*}. Atunci: *P*(*C*1) = ,  *P*(*C*2) = .

Atunci **In[73]:= Out[73] = ,**

1. Să se calculeze probabilităţile evenimentelor *A*, *B* şi *C* din exerciţiul 7 cu condiţia că bilele extrase nu revin în urnă.

*1)A* = {*toate bilele extrase vor fi albe*}

**Rezolvare:  .** Pentru că este imposibil de extras 10 bile albe dintr-o urnă în care sunt doar 5 bile albe .

*2)B* = {*4* *bile vor fi albe, 1 va fi negră şi 5 vor fi albastre*}

**Rezolvare**: Fie evenimentele: *B*1 = {*bila extrasă va fi albă*}, *B*2 = {*bila extrasă va fi neagră*} şi *B*3 = {*bila extrasă va fi albastră*}. Atunci: *P*(*B*1) = ,  *P*(*B*2) = , şi *P*(*B*3) = . Atunci **In[82]:= Out[82] =** **.** Am obținut **P(B) =**

3)*C* = {*4* *bile vor fi albe iar restul vor fi de alte culori*}.

**Rezolvare**: Fie evenimentele: *C*1 = {*bila extrasă va fi albă*}, *C*2 = {*bila extrasă va fi neagră* sau *albastră*}. Atunci: *P*(*C*1) = ,  *P*(*C*2) = .

Atunci **In[83]:= Out[83] =**

Am obținut **P(C) =**

1. 1)Care este probabilitatea că numărul *3* va apărea pentru prima dată la a *m*-a aruncare a zarului? 2)Care este probabilitatea că la primele *m* aruncări ale zarului numărul *3* nu va apărea? Numărul *m* este numărul variantei adunat cu *4*. m = 16

**Rezolvare**: 1) Cum *p* = 1/6 şi *q* = 1-1/6 = 5/6, obţinem *P*(16) = *pq*15 = (1/6)(5/6)15.

**In[91]:=**N[(1/6)\*(5/6)^15] **Out[91]=**0.0108176Am obţinut ***P* = 0.0108176.**

2) Evenimentul *B* poate fi definit şi astfel: *B* = {numărul 3 va apărea pentru prima dată la aruncarea a 17-a, sau a 18-a, sau a 19-a, ...}. Deci

*P*(*B*) = *P*(17) + *P*(18) + *P*(19) + ... =. Calculăm această sumă cu ajutorul Sistemului Mathematica. **In[92]:=**Sum[(1/6)\*(5/6)^(k-1),{k,17,¥}]

**Out[92]=** Am obţinut valoarea exactă a probabilităţii lui *B*. Obţinem o valoare exprimată prin fracţii zecimale. **In[93]:=**NSum[(1/6)\*(5/6)^(k-1),{k,17,¥}]

**Out[93]=**0.054088Am obţinut ***P*(B) = 0.054088 .**

1. Probabilitatea unui eveniment *A* într-o experienţă aleatoare este *p* = *P*(*A*).

1) Să se calculeze probabilitatea ca în decursul a 1000 repetări a acestei experienţe evenimentul *A* se va realiza de *k* ori (să se folosească formula care rezultă din teorema locală Moivre-Laplace şi formula care rezultă din teorema Poisson). 2) Să se calculeze probabilitatea că numărul de realizări ale evenimentului *A* să fie cuprins între *k*1 şi *k*2. 12) *p*=0,009, *k*=12, *k*1=7, *k*2=13

**Rezolvare**: 1) probabilitatea ca în decursul a 1000 repetări a acestei experienţe evenimentul *A* se va realiza de *12* ori

* Teorema locală Moivre-Laplace

*P1000*(12)

**In[101]:=** **Out[101]**=

* Teorema Poisson *P1000*(12)

**In[102]:=**  **Out[102]**=

2) Să se calculeze probabilitatea că numărul de realizări ale evenimentului *A* să fie cuprins între *7* şi 13 .

**Rezolvare**.

**In[103]:=**

**Out[103]**=

**Concluzie:**

Realizând această lucrare de laborator m-am învăţat să calculez rezultate la probleme de calcul al probabilităţii . Deasemenea în cadrul acestui laborator am aplicat : calculul probabilităților clasice , probabilitatea discretă , probabilități condiționate , formula înmulțirii probabilităților , independența evenimentelor aleatoare , formula probabilității totale , formula lui Bayes , probe Bernoulli ( experimente independente ) , distribuția ( repartiția ) binomială , schema binomială sau schema bilei întoarse în cazul a două culori posibile și schema multinomială , schema Poisson , funcția generatoare de probabilități , schema bilei neîntoarse în cazul a două culori ( repartiția hipergeometrică ) și schema bilei neîntoarse în caz general , schema ( repartiția ) geometrică , teoreme limite privind calculul valorilor aproximative ale probabilității din schema Binomială .